

La dérivée ? Le nombre dérivé ?
La fonction dérivée ?

1. Comprendre le nombre dérivé

- **Aspect algébrique du nombre dérivé** ; expérience en ligne ! <http://homeomath.ilingo.net/nbderivate.htm>
Choisir une fonction définie en $a = \text{}$, on veut une valeur approché du nombre dérivé en ce point pour cela on prend $h = \text{}$ de plus en plus proche de 0 (0,001 par exemple)

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\text{}}{\text{}} = \text{}$$
 faites plusieurs calculs h étant de plus en plus petit, avec un tableur ?

On se rend compte dans certain cas que plus h se rapproche de 0 plus le nombre réel

$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ se rapproche d'une valeur particulière, que l'on appelle nombre dérivé de f en a et que l'on note $f'(a)$, dans ce cas on dit que la fonction f est dérivable en a. Dans certains cas la valeur n'est pas définie ou elle tend vers l'infini dans ce cas la fonction n'est pas dérivable (prendre par exemple $f(x) = \sqrt{x}$ et $a = 0$)

- **Aspect géométrique du nombre dérivé**

$A(a ; f(a))$ est un pt fixe. $M(a+h ; f(a+h))$ est un point mobile distinct de A. La droite (AM) est donc sécante à la courbe Cf
Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

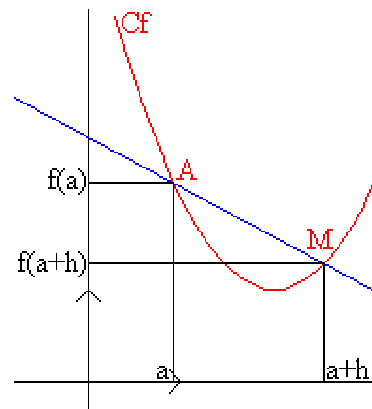
Que se passe - t-il si on diminue l'écart des abscisses des points A et M ? (autrement dit si l'on fait tendre h vers 0 avec h différent de 0)

CONCLUSION :

- La sécante (AM) s'approche de plus en plus d'une position limite appelée tangente au point A d'abscisse a. Le point M se rapproche de plus en plus du point A
- Le coefficient directeur de la tangente en a est donc donné

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

par la limite quand h tend vers 0 de :



le coefficient directeur (si il existe) de la tangente à C_f au point d'abscisse a est donc $f'(a)$: le nombre dérivé
 $f'(x)$ est la fonction dérivée

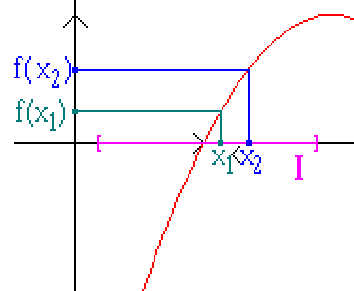
2. La dérivée ? A quoi ça sert ?

Sens de variations d'une fonction

Sens de variations d'une fonction

Soit une fonction f et I un intervalle sur lequel elle est définie .

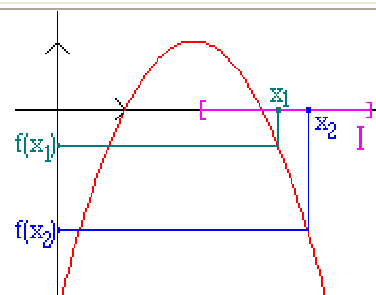
La fonction f est dite **strictement croissante** sur l'intervalle I
si pour tous réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 < x_2$ on a :
 $f(x_1) < f(x_2)$



La fonction f est dite **croissante** sur l'intervalle I

si pour tous réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leq x_2$ on a : $f(x_1) \leq f(x_2)$

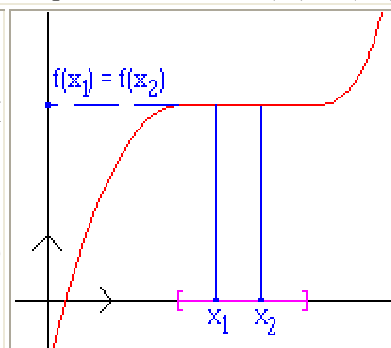
La fonction f est dite **strictement décroissante** sur l'intervalle I
si pour tous réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 < x_2$ on a :
 $f(x_1) > f(x_2)$



La fonction f est dite **décroissante** sur l'intervalle I

si pour tous réels x_1 et x_2 de I tels que $x_1 \leq x_2$ on a : $f(x_1) \geq f(x_2)$

une fonction f est dite **constante** sur l'intervalle I
si pour tous réels x_1 et x_2 de I on a :
 $f(x_1) = f(x_2)$



On veut déterminer le sens de variation de la fonction

- On peut déterminer le signe de $f(x_2) - f(x_1)$ avec $x_1 < x_2 \leq 3$.
(il faut factoriser... pas toujours facile !)
- Le calcul de la fonction dérivée et son signe ! Le coefficient directeur de la fameuse tangente !

3. La fonction dérivée ? comment la calculer ?

Dérivées usuelles

Pour savoir dériver, il faut d'abord connaître les dérivées des fonctions de base que vous pouvez retrouver dans le tableau ci-dessous.

Propriété 1 Si f et g sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I alors la fonction $f + g$ est aussi dérivable sur I et $(f + g)' = f' + g'$

Fonction	Fonction dérivée	pour tout x de	Exemples
$f(x) = a$	$f'(x) = 0$	\mathbb{R}	$f(x) = 3 \Rightarrow f'(x) = 0$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	\mathbb{R}	$f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$ $f(x) = 2x - 4 \Rightarrow f'(x) = 2$
$f(x) = x^n (n \in \mathbb{N})$	$f'(x) = nx^{n-1}$	\mathbb{R}	$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$ $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	\mathbb{R}^*	
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}$)	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	\mathbb{R}^*	$f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = -\frac{2}{x^3}$ $f(x) = \frac{1}{x^3} \Rightarrow f'(x) = -\frac{3}{x^4}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$	