FONCTION PARTIE ENTIÈRE[1] - TP Analyse

Chacun des repères indiqués dans ce problème est orthonormal et l'unité est un centimètre.
La fonction partie entière, notée E, est définie pour tout réel x de la façon suivante : E(x) est l'entier relatif immédiatement inférieur ou égal à x. Par exemple $E(3{,}1)=3,\ \ E(-4{,}6)=-5\ \ et\ \ E(2)=2.$.

Étude de la fonction partie entière

1° Calculer $E(6)\ ;\ E\left(\frac{1}{2}\right)\ ;\ E\left(-\frac{3}{4}\right)\ ;\ E(-18{,}3)\ ;\ E(\pi)\ ;\ E(-\sqrt{5})\ ;\ E(\sqrt{2})$.

2° Comparer E(x), x et E(x) +1 pour tout x réel.

3° Comparer E($x+1$) et E(x) +1.

4° Définir E(x) pour tout x élément de l'intervalle [0 ; 1[.

5° Représenter E pour tout x réel dans le repère $(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$.

6° Résoudre graphiquement les équations suivantes : $E(x)=0\ ;\ E(x)=4\ ;\ E(x)=-3\ ;\ E(x)=\frac{1}{2}$

Partie entière d'une fonction

1° Dans le repère $(O_1\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$, représenter les fonctions définies pour tout réel x par $x \mapsto \frac{1}{2}x+1$ et $x \mapsto E\left(\frac{1}{2}x+1\right)$.

2° Procéder de même pour représenter les fonctions définies par $x \mapsto E\left(2x-1\right)\ \ et\ \ x \mapsto E(x^2)$, respectivement dans les repères $(O_2\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$ et $(O_3\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$.

3° Dans le repère $(O_4\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$, représenter f et g définies pour tout réel x par $f(x)=E(x-2)$ et $g(x)=E(3-x)$. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$.

4° Définir, pour tout x réel, la fonction définie par $x \mapsto (-1)^{E(x)}$. Représenter cette fonction dans le repère $(O_5\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$. Quelle est la particularité de cette fonction ?

5° Soit h la fonction définie par $h(x)=E\left(x-2E\left(\frac{x}{2}\right)\right)$.

a) Montrer que h est périodique de période 2.

b) Définir h sur l'intervalle [0 ; 2[.

c) Représenter h, pour tout x réel, dans le repère $(O_6\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$.

Étude de la fonction m définie par $m(x)=x-E(x)$

1° Montrer que m est périodique de période 1.

2° Définir m sur l'intervalle [0 ; 1[, puis représenter m, pour tout x réel, dans le repère $(O_7\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$.

3° Définir le plus grand intervalle sur lequel m a même restriction que la fonction définie par $x \mapsto x-3$.

4° Résoudre graphiquement les équations $m(x)=\frac{1}{2}\ \ et\ \ m(x)=x-2$.

5° Par le calcul et à l'aide d'une représentation graphique, déterminer les solutions de l'équation $m(x)=1-\frac{x}{5}$.

6° Soit n un entier strictement positif. Résoudre l'équation $m(x)=1-\frac{x}{n}$.

---

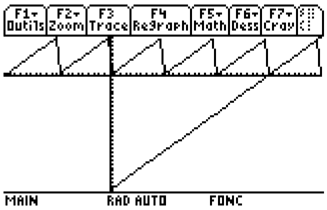
[1] La calculatrice connaît la fonction partie entière… consultez votre notice !

Correction

5° Soit h la fonction définie par $h(x) = E\left(x - 2E\left(\frac{x}{2}\right)\right)$.

Étudier la parité de p et étudier h(x+p) avec E($x+1$) = E(x)$+1$

Étude de la fonction m définie par $m(x) = x - E(x)$



m(x) avec x+3

6°) périodicité 1 donc étude sur [0,1[et donc $x = \frac{n}{n+1}$