FONCTIONS DE RÉFÉRENCE ET PARITÉ

I. ÉTUDE DE LA PARITÉ D'UNE FONCTION

1 ♦ Fonctions paires

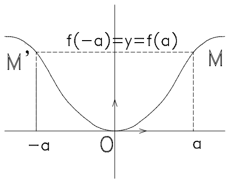
• Définition

Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}$.

f est **paire** *se traduit par :*

(1) $\mathcal{D}$ est symétrique par rapport à zéro.

(2) Les images de deux nombres opposés sont égales.
Pour tout nombre a de $\mathcal{D}$: $f(-a) = f(a)$



• Propriété graphique

f est **paire** *se traduit par :*

la représentation graphique de f dans un repère *orthogonal* est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2 ♦ Fonctions impaires

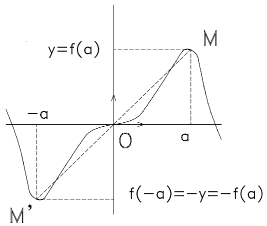
• Définition

Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}$.

f est **impaire** *se traduit par :*

(1) $\mathcal{D}$ est symétrique par rapport à zéro.

(2) Les images de deux nombres opposés sont opposées.
Pour tout nombre a de $\mathcal{D}$: $f(-a) = -f(a)$



• Propriété graphique

f est **impaire** *se traduit par :*

la représentation graphique de f est symétrique par rapport à l'origine du repère.

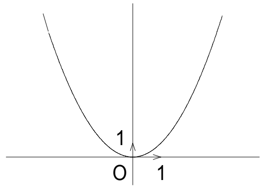
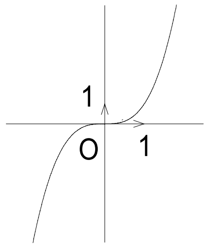
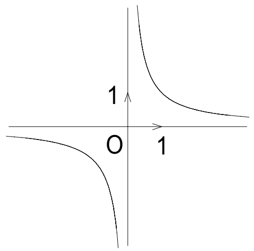
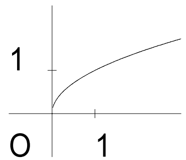
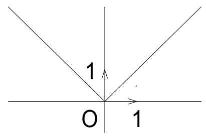
3 ♦ Remarque

Il existe des fonctions ni paires ni impaires.

• Soit f telle que $f(x) = (x-1)^2$, définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
$\mathcal{D}$ est symétrique par rapport à zéro mais $f(1) = 0$ et $f(-1) = 4$
Les images des deux nombres opposés 1 et – 1 ne sont ni égales ni opposées donc f n'est ni paire ni impaire.

• Soit g telle que $g(x) = \dfrac{3}{x-2}$, définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-2\} =]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$
$\mathcal{D}$ n'est pas symétrique par rapport à zéro donc g n'est ni paire ni impaire.

II. FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

	Courbe représentative	Nom de la courbe Éléments de symétrie	Parité
$f(x) = x^2$ $\mathcal{D}$ =			
$f(x) = x^3$ $\mathcal{D}$ =			
$f(x) = \dfrac{1}{x}$ $\mathcal{D}$ =			
$f(x) = \sqrt{x}$ $\mathcal{D}$ =			
$f(x) = \lvert x \rvert$ $\mathcal{D}$ =			

FONCTIONS DE RÉFÉRENCE ET ORDRE

I. FONCTIONS CROISSANTES ET DÉCROISSANTES

♦ Fonction strictement croissante

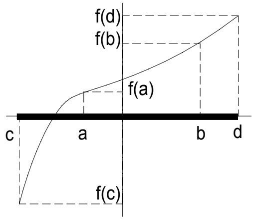
• Définition : f est **strictement croissante** sur un intervalle I signifie que les réels de l'intervalle I sont rangés dans le **même ordre** que leurs images, ce qui *se traduit par :*

Pour tout réel a et b de I, lorsque $a < b$ alors $f(a) < f(b)$

• Exemple : f définie par $f(x) = x^2$ est strictement croissante sur $I = [0 ; +\infty[$

Conséquence : puisque $0{,}5 < 1{,}1 < 2 < \pi$, on a $(0{,}5)^2 < 1{,}1^2 < 2^2 < \pi^2$

• Lecture graphique et lecture de tableaux de variations. **On se place sur $I = [c ; d]$.**



x	c	a	b	d
$f(x)$	$f(c)$	$f(a)$	$f(b)$	$f(d)$

♦ Fonction strictement décroissante - • Définition

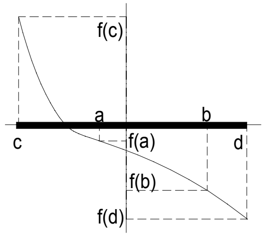
f est **strictement décroissante** sur un intervalle I signifie que les réels de l'intervalle I sont rangés dans l' **ordre inverse** de leurs images, ce qui *se traduit par :*

Pour tout réel a et b de I, lorsque $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.

• Exemple : g définie par $g(x) = \dfrac{1}{x}$ pour $x \neq 0$ est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$

Conséquence : puisque $0{,}7 < \pi < 5$, on a $\dfrac{1}{0{,}7} > \dfrac{1}{\pi} > \dfrac{1}{5}$

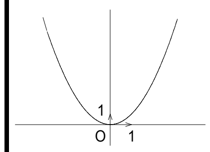
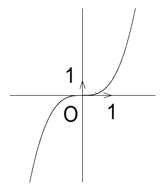
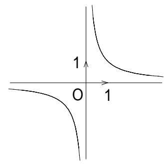
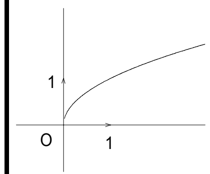
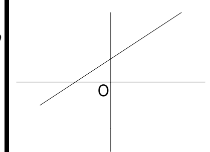
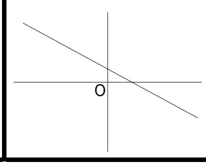
• Lecture graphique et lecture de tableaux de variations. On se place sur **$I = [c ; d]$**



x	c	a	b	d
$f(x)$	$f(c)$	$f(a)$	$f(b)$	$f(d)$

II. FONCTIONS DE RÉFÉRENCE ET VARIATIONS

Compléter les troisième et quatrième colonnes du tableau ci-contre :

	Courbe représentative	Tableau de variations	Ordre induit
$f(x) = x^2$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Deux cas : Si $a < b < 0$ alors $a^2 ... b^2$ Si $0 < a < b$ alors $a^2 ... b^2$
$f(x) = x^3$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Pour a et b quelconques , si $a < b$ alors a^3 ... b^3
$f(x) = \dfrac{1}{x}$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Deux cas :
$f(x) = \sqrt{x}$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Pour a et b positifs :
$f(x) = mx+p$ $m > 0$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Pour a et b quelconques :
$f(x) = mx+p$ $m < 0$ $\mathcal{D} =$		x $f(x)$	Pour a et b quelconques :