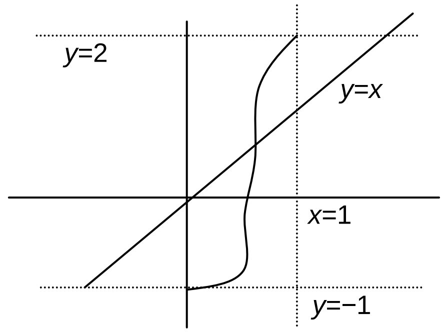
INTERROGATION ÉCRITE Classe de TS - Correction

Fonction f	*Dérivée f'*	Intervalle(s)
$f(x) = x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 1$	$f'(x) = 5x^4 - 12x^2 + 4x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$	$f'(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$	$]-\infty ; 0[$ ou $]0 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{2x^2 - 4}{3x + 4}$	$f'(x) = \frac{6x^2 + 16x + 12}{(3x + 4)^2}$	$\left]-\infty ; -\frac{4}{3}\right[$ ou $\left]-\frac{4}{3} ; +\infty\right[$
$f(x) = (3 - 2x^2)\sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{-10x^2 + 3}{2\sqrt{x}}$	$]0 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{5x - 3}{\sqrt{x}}$	$f'(x) = \frac{5x + 3}{2x\sqrt{x}}$	$]0 ; +\infty[$
$f(x) = \sin(1 - 3x)$	$f'(x) = -3 \cos(1 - 3x)$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos\left(x + \frac{1}{x}\right)$	$f'(x) = -\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sin\left(x + \frac{1}{x}\right)$	$]-\infty ; 0[$ ou $]0 ; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x + 5}$	$f'(x) = \frac{3x + 1}{\sqrt{3x^2 + 2x + 5}}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = (8x^2 - 5x + 4)^3$	$f'(x) = 3(16x - 5)(8x^2 - 5x + 4)^2$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 5}}$	$f'(x) = \frac{-3}{2(3x - 5)\sqrt{3x - 5}}$	$\left]\frac{5}{3} ; +\infty\right[$
$f(x) = \frac{1}{9x^2 - 1}$	$f'(x) = \frac{-18x}{(9x^2 - 1)^2}$	$\left]-\infty ; -\frac{1}{3}\right[$ ou $\left]-\frac{1}{3} ; \frac{1}{3}\right[$ ou $\left]\frac{1}{3} ; +\infty\right[$
$f(x) = \frac{1 - \cos x}{3 + \sin x}$	$f'(x) = \frac{1 + 3 \sin x - \cos x}{(3 + \sin x)^2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sin^5 x$	$f'(x) = 5 \cos x \sin^4 x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{\frac{2x}{3 - x}}$	$f'(x) = \frac{3\sqrt{3 - x}}{(3 - x)^2\sqrt{2x}}$	$]0 ; 3[$
$f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^5}$	$f'(x) = \frac{-10x}{(x^2 - 1)^6}$	$]-\infty ; -1[$ ou $]-1 ; 1[$ ou $]1 ; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{3 + 2\sin^2 x}$	$f'(x) = \frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{3 + 2\sin^2 x}}$	$\mathbb{R}$

Correction

A. 1. **Faux** : si $f(0)=-1$ et $f(1)=1$, on est sûr que *f* s'annule, mais rien ne dit qu'elle s'annule une seule fois…



2. **Vrai** : si on prend n'importe quelle valeur dans l'ensemble d'arrivée, comme *f* est monotone, il y aura un unique *x* correspondant (dont *y* est l'image par *f*).
3. **Faux** : ce serait un cas particulier…
4. **Faux** : rien ne dit que *f* ne peut être décroissante…
5. **Vrai** : lorsque *x* varie entre 0 et 1, *f*(*x*) varie entre −1 et 2, donc elle prend entre autres toutes les valeurs entre 0 et 1 ; il y a donc forcément une valeur de *x* pour laquelle *f*(*x*) = *x* (voir schéma).

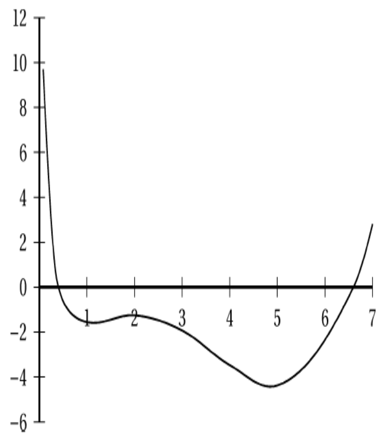
B. T_1 : $y=2-x$ et T_2 : $y=2x+1$. T_1 tangente à C en $x=-1$ et T_2 tangente à C en $x = 1$.
1. **Faux** : si on fait $x = -1$ dans T_1, on a $y = 3$ et non $y = 1$ si on avait $f(-1)=1$.
2. **Faux** : bof…
3. **Vrai** : comme *f'* change de signe entre −1 (en −1 $f'(-1)=-1$, coeff. directeur de T_1) et 1 (en 1, $f'(1)=2$, coeff. dir. de T_2), elle s'annule quelque part.
4. **Vrai** : dans la mesure où le coefficient directeur de T_2 est 2 et donc positif, aux alentours de 1 *f* sera strictement croissante sinon *f* ne serait pas dérivable en cet endroit (retour à la définition du nombre dérivé).
5. **Vrai** : toujours avec ces signes : $f' < 0$ en −1 et $f' > 0$ en 1 donc entre −1 et 1 *f* va changer de sens de variation et on aura certainement un minimum quelque part (décroissante puis croissante).

Mathématiques-Enseignement de spécialité - TL

Exercice 1 — **6 points**

La courbe ci-contre représente graphiquement une fonction *f*.

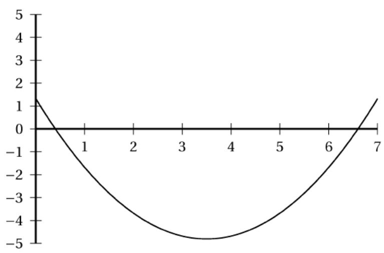
On note *f'* la fonction dérivée de *f*.



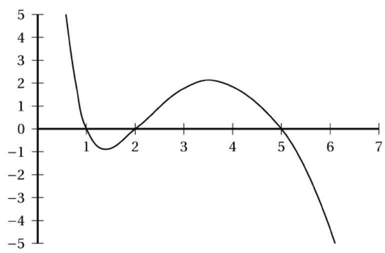
1. La courbe représentant la fonction *f'* se trouve parmi l'une des quatre courbes données ci-dessous. Laquelle ? Justifiez votre réponse à l'aide de vos observations graphiques.
2. Pour chacune des trois courbes restantes tracer sur le même graphique **une** fonction ayant pour représentation graphique de sa dérivée la courbe déjà tracée.

Seule la courbe © correspond éventuellement (dérivée négative quand f décroit, dérivée nulle en car tangente horizontale…)

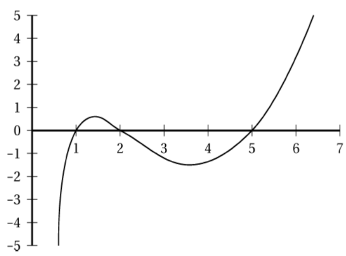
Même type de raisonnement pour « imaginer » une courbe représentative ayant pour représentation graphique de sa dérivée les courbes a) b) d).



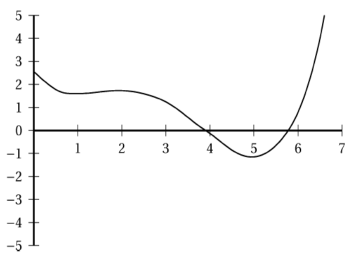
Courbe a)



Courbe b)



Courbe c)



Courbe d)