Correction : Pour les gourmands

Comprendre que nous avons là une fonction de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ et que la valeur exclue pour z est celle qui annulerait le dénominateur…

1. $f(-3+i)=i$
2. $f(z)=2i \Leftrightarrow z=\dfrac{6i-3}{1-2i}=-3$
3. Calcul pénible… calculatrice ?
   $\dfrac{x^2+3x+y^2-y+i(3x-y+5)}{x^2+4x+y^2+2y+5}$ le dénominateur ne pose aucun problème (carré du module non nul) donc pour la suite c'est la partie réelle et la partie imaginaire qui compte…
4. $\begin{cases} f(z)\in\mathbb{R} \\ z\neq -2-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Im(f(z))=0 \\ z\neq -2-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y+5=0 \\ z\neq -2-i \end{cases}$
   C'est donc la droite (fonction affine *y = 3x + 5*) mais !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! Pas tous les points M(z) de cette droite car $z\neq -2-i$ or justement il est dessus ! En conclusion pour que *f*(z) soit réel il faut que M(z) soit sur la droite d'équation *3x - y +5 = 0* **<u>privée</u>** du point de coordonnées (-2 ; -1)
5. $\begin{cases} f(z) imaginaire\ pur \\ z\neq -2-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Re(f(z))=0 \\ z\neq -2-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x+y^2-y=0 \\ z\neq -2-i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathscr{C}\left(\Omega,\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right) \\ z\neq -2-i \end{cases}$
   mettre l'équation du cercle en évidence avec la forme canonique…
   $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}=0$ on a $\Omega\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$; $R=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ la solution sont les point de ce cercle **<u>sauf encore ! le point interdit de coordonnées (-2,-1)</u>**

Sur l'animation mettre N sur le cercle ou la droite et observez l'image par f qui est N'