COMPLEXES ET GEOMETRIE

Soit le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

M désigne un point variable, d'affixe z ; on pose z = x + i y, on a donc M (x, y) dans le repère.

A est le point fixé d'affixe z_A, B est le point d'affixe z_B.

LES DISTANCES

GEOMETRIE	COMPLEXES
LES DEFINITIONS	
$\lvert z \rvert = \sqrt{(\mathrm{Re}(z))^2 + (\mathrm{Im}(z))^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ c'est toujours un réel positif	$\lvert z \rvert = OM$ c'est la distance qui sépare O et M
$\lvert z - z_A \rvert = \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2}$	$\lvert z - z_A \rvert = AM$: distance de A à M ou de M à A !
$\left\lvert \dfrac{z - z_B}{z - z_A} \right\rvert = \dfrac{\lvert z - z_B \rvert}{\lvert z - z_A \rvert}$ avec $z \neq z_A$	$\left\lvert \dfrac{z - z_B}{z - z_A} \right\rvert = \dfrac{MB}{MA} = \dfrac{BM}{AM}$, avec $M \neq A$

LES CONSÉQUENCES

$\lvert z \rvert = k$, k réel positif	OM = k avec k réel positif sinon… $\Leftrightarrow$ M appartient au cercle de centre O, de rayon k
$\lvert z - z_A \rvert = k$, k réel positif	AM = k avec k réel positif $\Leftrightarrow$ M appartient au cercle de centre A, de rayon k
L'ensemble des points M tels que $\lvert z - z_A \rvert = k$, k réel positif, est le cercle de centre A, et de rayon k	
$\lvert z - z_A \rvert = \lvert z - z_B \rvert$	MA = MB $\Leftrightarrow$ M appartient à la médiatrice de [AB].
$\left\lvert \dfrac{z - z_B}{z - z_A} \right\rvert = 1$ càd $\lvert z - z_A \rvert = \lvert z - z_B \rvert$ avec $z \neq z_A$	MA = MB, avec **B** $\neq$ **A** $\Leftrightarrow$ M appartient à la médiatrice de [AB]
L'ensemble des points M tels que $\lvert z - z_A \rvert = \lvert z - z_B \rvert$ est la médiatrice de [AB]. **Si A = B alors où est M ?** L'ensemble des points M tels que $\left\lvert \dfrac{z - z_B}{z - z_A} \right\rvert = 1$ la médiatrice de [AB] avec **B** $\neq$ **A,** **Si A = B alors où est M ?**	

LES ANGLES

COMPLEXES	GEOMETRIE
DEFINITIONS	
Soit z un réel **non nul** ; son argument α est déterminé par $\boxed{\cos\alpha = \dfrac{\text{Re } z}{\lvert z \rvert} \text{ et } \sin\alpha = \dfrac{\text{Im } z}{\lvert z \rvert}}$; on le note Arg z	L'argument de z est une mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ avec M(z) et $M \neq O$ L'argument de $z - z_A$ est une mesure de $(\vec{u}, \overrightarrow{AM})$
$\text{Arg}\left(\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \text{Arg}(z_D - z_C) - \text{Arg}(z_B - z_A)$ Avec $z_B \neq z_A$ **et** $z_C \neq z_D$	$\text{Arg}\left(\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)$ est une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$
$\text{Arg}\left(\dfrac{z - z_B}{z - z_A}\right) = \text{Arg}(z - z_B) - \text{Arg}(z - z_A)$ $z \neq z_A$ et $z \neq z_B$	L'argument de $\left(\dfrac{z - z_B}{z - z_A}\right)$ est une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM})$ Rappel : $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}) = (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$

LES CONSEQUENCES

$\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$ est un nombre réel non nul, donc avec $z_A \neq z_B$ et $z_C \neq z_D$ l'argument du quotient est nul, **à π près** **Si c'est un réel positif ? Négatif ? Quels changements ?**	L'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ **est nul, à π près**, donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles, sous réserve que $A \neq B$ et $C \neq D$
$\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A}$ est un nombre imaginaire pur non nul, avec $z_A \neq z_B$ et $z_C \neq z_D$ et donc l'argument du quotient est $\pi/2$, **à π près** **Si la partie imaginaire est positive ? Négative ? Quels changements ?**	l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ **est droit, à π près**, donc les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires, sous réserve que $A \neq B$ et $C \neq D$
$\dfrac{z - z_B}{z - z_A}$ est un nombre réel non nul, avec $z \neq z_A$ et donc $z \neq z_B$ **Si c'est un réel positif ? Négatif ? Quels changements ?**	L'angle $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM})$ **est nul, à π près**, donc M, A et B sont alignés, **avec $M \neq A$** et **$M \neq B$**
$\dfrac{z - z_B}{z - z_A}$ est un nombre imaginaire pur non nul, avec $z \neq z_A$ et donc $z \neq z_B$ **Si la partie imaginaire est positive ? Négative ? Quels changements ?**	L'angle $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM})$ **est droit, à π près**, donc M est sur le cercle de diamètre [AB], **avec $M \neq A$ et $M \neq B$**

L'ensemble des points M(z) tels que $\dfrac{z - z_B}{z - z_A}$ est un nombre réel, avec $z \neq z_A$ est la droite (AB) – {A}

L'ensemble des points tels que $\text{Arg}\left(\dfrac{z - z_B}{z - z_A}\right) = 0$, à π près, est la droite (AB) – {A, B} car $M \neq A$ et $M \neq B$

L'ensemble des points tels que $\dfrac{z - z_B}{z - z_A}$ est un nombre imaginaire pur, avec $z \neq z_A$ est le cercle de diamètre [AB], privé de A ; L'ensemble des points tels que $\text{Arg}\left(\dfrac{z - z_B}{z - z_A}\right) = \dfrac{\pi}{2}$, à π près, est le cercle de diamètre [AB], privé de A et de B, car $M \neq A$ et $M \neq B$