Module

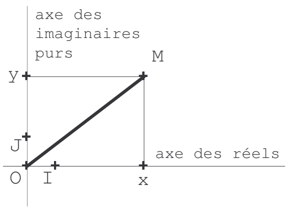
On appelle module du nombre complexe $z = a + ib$ le réel positif

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Si z et z' sont deux nombres complexes :

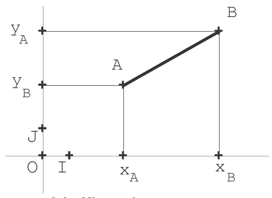
- $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z + z'| \leq |z| + |z'|$
- $|z \times z'| = |z| \times |z'|$ et si z'≠0 : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Le plan complexe



- **L'affixe** du point $M(x, y)$ est le nombre complexe : $z = x + iy$.
- **L'image** de z est M.
- La partie réelle de z est l'abscisse de M
- La partie imaginaire de z est l'ordonnée de M

$$OM = \|\overrightarrow{OM}\| = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ est :

$$z = (x_B - x_A) + i(y_B - y_A)$$

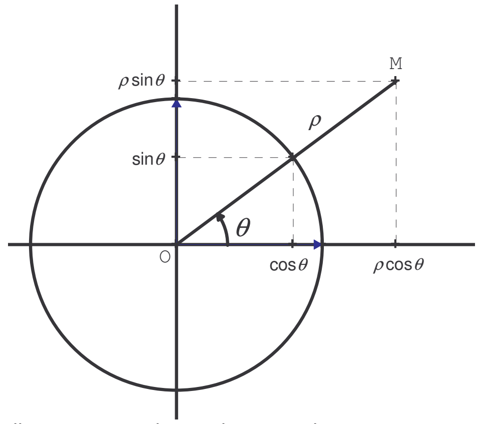
$$z = z_B - z_A$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = |z_B - z_A|$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2

Forme trigonométrique



On appelle **argument** du nombre complexe z, et on note $arg(z)$, toute mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$.

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même module et même argument (à 2π près)

$$z = x + iy = [\rho, \theta] = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = e^{i\theta}$$

$$\rho = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\arg(z) = \theta + 2k\pi$$

$$\cos\theta = \frac{x}{\rho} \quad ; \quad \sin\theta = \frac{y}{\rho}$$

3

Nombres complexes

- L'ensemble des nombres complexes, noté $\mathbb{C}$, est l'ensemble des nombres de la forme $z = a + ib$ où a et b sont deux nombres réels.
- Le nombre « imaginaire » i est défini par la propriété : $i^2 = -1$.
- On calcule dans $\mathbb{C}$ comme dans $\mathbb{R}$ avec la règle supplémentaire $i^2 = -1$.
- a est la partie réelle de z, b est sa partie imaginaire.

Deux nombres complexes $z = a + ib$ et $z = a' + ib'$ sont égaux si et seulement si : $a = a'$ et $b = b'$

Conjugué

Le conjugué de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\bar{z} = a - ib$

Si z et z' sont deux nombres complexes, alors :

- z est réel si et seulement si : $\bar{z} = z$
- $\bar{\bar{z}} = z$
- $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$
- $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z'}$
- Si z≠0 : $\overline{\left(\dfrac{1}{z}\right)} = \dfrac{1}{\bar{z}}$ et $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\bar{z}}{\bar{z'}}$

1