

Module

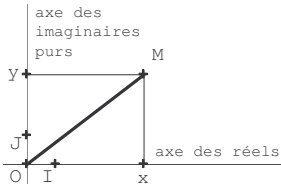
On appelle module du nombre complexe $z = a + ib$ le réel positif

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Si z et z' sont deux nombres complexes :

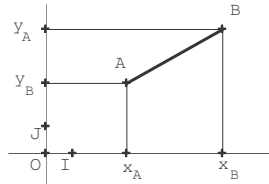
- $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z + z'| \leq |z| + |z'|$
- $|z \times z'| = |z| \times |z'|$ et si $z' \neq 0$: $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$

Le plan complexe



- L'**affiche** du point $M(x, y)$ est le nombre complexe : $z = x + iy$.
- L'**image** de z est M .
- La partie réelle de z est l'abscisse de M .
- La partie imaginaire de z est l'ordonnée de M .

$$OM = \|\overline{OM}\| = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



L'**affiche** du vecteur

$$\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ est :}$$

$$z = (x_B - x_A) + i(y_B - y_A)$$

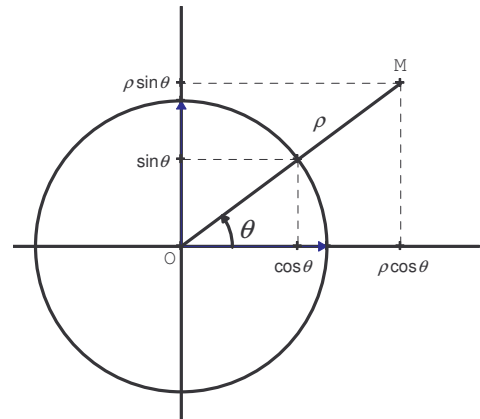
$$z = z_B - z_A$$

$$\|\overline{AB}\| = |z_B - z_A|$$

$$\|\overline{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2

Forme trigonométrique



On appelle **argument** du nombre complexe z , et on note $\arg(z)$, toute mesure de l'angle (\vec{u}, \overline{OM}) .

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même module et même argument (à 2π près)

$$z = x + iy = [\rho, \theta] = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) = e^{i\theta}$$

$$\rho = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\arg(z) = \theta + 2k\pi$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\rho} \quad ; \quad \sin \theta = \frac{y}{\rho}$$

3

Nombres complexes

- L'ensemble des nombres complexes, noté \mathbb{C} , est l'ensemble des nombres de la forme $z = a + ib$ où a et b sont deux nombres réels.
- Le nombre « imaginaire » i est défini par la propriété : $i^2 = -1$.
- On calcule dans \mathbb{C} comme dans \mathbb{R} avec la règle supplémentaire $i^2 = -1$.
- a est la partie réelle de z , b est sa partie imaginaire.

Deux nombres complexes $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ sont égaux si et seulement si : $a = a'$ et $b = b'$

Conjugué

Le conjugué de $z = a + ib$ est le nombre complexe $\overline{z} = a - ib$

Si z et z' sont deux nombres complexes, alors :

- z est réel si et seulement si : $\overline{z} = z$
- $\overline{\overline{z}} = z$
- $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$
- $\overline{z \times z'} = \overline{z} \times \overline{z'}$
- Si $z \neq 0$: $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\overline{z}}$ et $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

1