

Ensembles de points dans différents registres : synthèse

Préambule : dans la mesure où on cherche aussi des écritures avec des arguments, on suppose ici, à priori, que le complexe z n'est pas nul. Dans la pratique, il faudra, si on travaille avec des arguments, étudier à part le cas où $z = 0$ pour voir si c'est une solution ou non.

On cherche tous les points M d'affixe z tels que.....

1) $M \in Ox \Leftrightarrow z$ réel $\Leftrightarrow \bar{z} = z \Leftrightarrow M$ de coordonnées $(x ; 0) \Leftrightarrow \arg z = 0 (\pi)$

2) $M \in Oy \Leftrightarrow z$ imaginaire pur $\Leftrightarrow \bar{z} = -z \Leftrightarrow M$ de coordonnées $(0 ; y) \Leftrightarrow \arg z = \frac{\pi}{2} (\pi)$

3) $M \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et \overrightarrow{AB} colinéaires \Leftrightarrow il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow$ Les coordonnées de M vérifient une relation du type $ax + by + c = 0$ avec a, b, c réels non tous nuls. (voir le document suivant pour l'écriture complexe)

4) $M \in$ médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow |z - z_A| = |z - z_B| \Leftrightarrow \left| \frac{z - z_A}{z - z_B} \right| = 1$

5) $M \in$ la droite qui fait un angle α avec Ox (à priori privée de O , cf. préambule) $\Leftrightarrow \text{Arg } z = \alpha \text{ modulo } \pi$

6) $M \in$ la demi - droite qui fait un angle α avec Ox (à priori privée de O , cf. préambule) $\Leftrightarrow \text{Arg } z = \alpha [2\pi]$

7) $M \in$ cercle (centre O , rayon R réel positif) $\Leftrightarrow OM = R \Leftrightarrow |z| = R \Leftrightarrow |z|^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = R^2$

8) $M \in$ cercle (centre A , rayon R réel positif) $\Leftrightarrow AM = R \Leftrightarrow |z - z_A| = R \Leftrightarrow |z - z_A|^2 = R^2$
 $\Leftrightarrow (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$

9) $M \in$ cercle de diamètre $[AB] \Leftrightarrow$ l'angle AMB est droit \Leftrightarrow le triangle AMB est rectangle en $M \Leftrightarrow (AM)$ perpendiculaire à $(BM) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM} \right) = \frac{\pi}{2} (\pi) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB} \right) = \frac{\pi}{2} (\pi) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$