

Ensembles de points dans différents registres : synthèse

Préambule : dans la mesure où on cherche aussi des écritures avec des arguments, on suppose ici, à priori, que le complexe z n'est pas nul. Dans la pratique, il faudra, si on travaille avec des arguments, étudier à part le cas où $z = 0$ pour voir si c'est une solution ou non.

On cherche tous les points M d'affixe z , **avec $z \neq 0$** tels que.....

- 1) $M \in Ox \Leftrightarrow z$ réel $\Leftrightarrow \bar{z} = z \Leftrightarrow M$ de coordonnées $(x; 0) \Leftrightarrow \arg z = 0 (\pi)$
- 2) $M \in Oy \Leftrightarrow z$ imaginaire pur $\Leftrightarrow \bar{z} = -z \Leftrightarrow M$ de coordonnées $(0; y) \Leftrightarrow \arg z = \frac{\pi}{2} (\pi)$
- 3) $M \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et \overrightarrow{AB} colinéaires \Leftrightarrow il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow$
 Les coordonnées de M vérifient une relation du type $ax + by + c = 0$ avec a, b, c réels non tous nuls.
 ou encore $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = 0(\pi) \Leftrightarrow \text{Arg} \left(\frac{z_B - z}{z_A - z} \right) = 0(\pi)$ **mais ici** avec $M \neq A$ et $M \neq B$ pour l'existence des angles orientés et des arguments... bien sur avec $A \neq B$
- 4) $M \in$ médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow |z - z_A| = |z - z_B| \Leftrightarrow \left| \frac{z - z_A}{z - z_B} \right| = 1$ avec $A \neq B$
- 5) $M \in$ la droite passant par l'origine et qui fait un angle orienté de mesure α avec Ox (à priori privée de O , cf. préambule) $\Leftrightarrow \text{Arg } z = \alpha \text{ modulo } \pi$
- 6) $M \in$ la demi - droite qui fait un angle α avec Ox (à priori privée de O , cf. préambule) $\Leftrightarrow \text{Arg } z = \alpha [2\pi]$
- 7) $M \in$ cercle (centre O , rayon R réel positif) $\Leftrightarrow OM = R \Leftrightarrow |z| = R \Leftrightarrow |z|^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = R^2$
- 8) $M \in$ cercle (centre A , rayon R réel positif) $\Leftrightarrow AM = R \Leftrightarrow |z - z_A| = R \Leftrightarrow |z - z_A|^2 = R^2$
 $\Leftrightarrow (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$
- 9) $M \in$ cercle de diamètre $]AB[\Leftrightarrow$ l'angle AMB est droit \Leftrightarrow le triangle AMB est rectangle en $M \Leftrightarrow (AM)$
 perpendiculaire à $(BM) \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}) = \frac{\pi}{2}(\pi) \Leftrightarrow (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{2}(\pi) \Leftrightarrow \text{Arg} \left(\frac{z_B - z}{z_A - z} \right) = \frac{\pi}{2}(\pi) \Rightarrow$
 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$ on remarquera que $M \neq A$ et $M \neq B$ pour l'existence des angles orientés et des arguments... bien sur avec $A \neq B$ mais avec le produit scalaire pas de condition sur M c'est pour cela qu'il n'y a pas équivalence !