ÉLÉMENTS DE CORRECTION FEUILLE D'EXERCICES TVI ET BIJECTION (groupe)

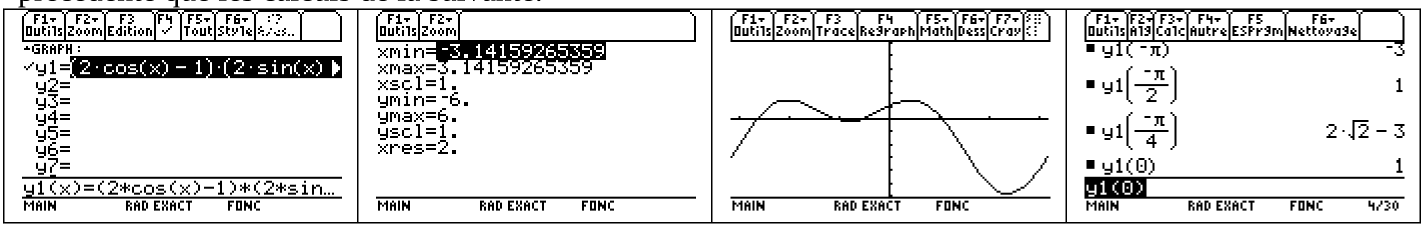
1. Démontrer que si une fonction continue ne s'annule pas sur un intervalle alors elle garde un signe constant sur cet intervalle.

Soit *f* continue sur [a ; b] on suppose qu'elle change de signe sur [a ; b] (hypothèse absurde) il existe donc c et d réels de [a ; b] tels que $f(c) < 0$ et $f(d) > 0$ et donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires il existe au moins un réel α de [a ; b] tel que $f(\alpha) = 0$, ce qui est contraire à l'énoncé et prouve que notre hypothèse est fausse (absurde) : *f* garde un signe constant sur [a ; b].

2. a) Résoudre… $f(x) = (2\cos x - 1)(2\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x - 1 = 0 \\ ou \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{cases}$ résolution classique mais proposer les solutions dans l'intervalle demandé…

$$\begin{cases} 2\cos x - 1 = 0 \\ ou \\ 2\sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) \\ \cos x = \cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) \\ \sin x = \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) \\ \sin x = \sin\left(\pi - \left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right) \end{cases} \quad donc \left\{\frac{-5\pi}{6} ; -\frac{\pi}{3} ; -\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{3}\right\}$$

b) Calculer, ile est judicieux de s'aider de sa calculatrice pour contrôler… aussi bien la question précédente que les calculs de la suivante.



c) Grâce aux calculs de ses valeurs et a la propriété démontrée en 1) on peut déterminer le signe car en dehors des moments où elle s'annule elle garde un signe constant, signes donnés par les calculs du b)

-π		-5π/6	-π/2	-π/3	-π/4	-π/6	0	π/3	π/2	π/2	π
-3	-	0	+	0	-	0	+	0		+	