

## CORRECTION DE LA FEUILLE D'EXERCICES A PRÉPARER POUR LE 05/03/2010

### EXERCICE I

---

I.

1. Réponse b) 49,5%  
= 99/200

2. Réponse c) 50,5%  
= 100% - 49,5% ou 101/200

3. Réponse c) 47%  
= 94/200

4. Réponses a) et c) pair et 2  
car 2, qui apparaît 40 fois, est un chiffre pair

II.

5. réponse a) 4,5%  
 $30\% \times 15\% = 4,5\%$

6. Réponse a) 70%  
 $100\% - 30\% = 70\%$

7. Réponse b) 21%

Celui-ci est assez difficile. On aurait facilement tendance à répondre 19,5%. Ceux qui ont répondu 19,5% se sont trompés en comptant le pourcentage de sportifs ne faisant ni du volley, ni de la natation : ils ont trouvé 65% au lieu des 70% qui étaient à trouver en utilisant la formule suivante :

$$p(V \cup N) = p(V) + p(N) - p(V \cap N)$$

$$p(V \cup N) = 15\% + 20\% - 5\%$$

$$p(V \cup N) = 30\%$$

On trouve les 70% en faisant  $100\% - 30\%$ . Ensuite, il ne reste plus qu'à faire  $70\% \times 30\% = 21\%$

Ce qu'il ne fallait surtout pas faire était :  $p(V \cup N) = p(V) + p(N) = 15\% + 20\% = 35\%$

8. Réponse a) 3%

$$[30\% \times (15 - 5)\% = 30\% \times 10\% = 3\%.$$

Le (15 - 5)% s'explique par le fait que l'on veut le pourcentage de sportifs faisant du volley mais ne faisant pas de natation. Or il y a 15% de sportifs qui font du volley, mais parmi ces 15%, il y en a 5% qui font aussi de la natation et qu'il faut donc soustraire.

III.

9. Réponse c) 21%

La première hausse de 10% amène le prix à 110% de ce qu'il était initialement. Ensuite, on fait la seconde hausse de 10%. Ce ne sont plus 10% du prix initial qui sont ajoutés, mis 10% du prix obtenu, soit 110% de l'initial. Or :  $10\% \times 110\% = 11\%$ . Ceci porte donc le prix à  $110\% + 11\% = 121\%$  de ce qu'il était initialement. On voit donc bien que deux hausses successives de 10% équivalent à une seule de 21%.

10. réponse c) une baisse de 1%

La première hausse de 10% amène le prix à 110% de ce qu'il était initialement.

Mais 10% de 110% équivalent à 11%, donc lorsqu'on applique une baisse de 10% sur le nouveau prix, on obtient :  $110\% - 11\% = 99\%$  du prix initial.

Ainsi, une hausse de 10% suivie d'une baisse de 10% correspond à une seule baisse de 1%.

## EXERCICE II

1. Le premier chiffre est différent de 0, ce qui nous donne 9 possibilités (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9), les 5 chiffres suivants ont chacun 10 possibilités, et enfin, pour la dernière lettre, celle-ci devant être différente de 0, on a 25 possibilités. Ce qui nous donne :  $9 \times 10^5 \times 25 = 225 \times 10^5 = 22\,500\,000$  sociétaires.
2. Le code est composé de 4 lettres prises parmi les 26 de l'alphabet. Ceci nous donne un total de nombres secrets différents égal à :  $26^4 = 456\,976$  codes  
*Conclusion* : Comme  $456\,976 < 22\,500\,000$ , alors tous les sociétaires ne peuvent pas posséder un code secret unique.

## EXERCICE III

Soit  $p$  la probabilité d'apparition d'un chiffre pair donné et  $q$  la probabilité d'apparition d'un nombre impair donné. Récapitulons les hypothèses de l'énoncé sous forme algébrique :

- ▶ Selon l'énoncé, les faces portant un chiffre pair ont la même probabilité d'apparition, donc :  
 $p(\{2\}) = p(\{4\}) = p(\{6\}) = p$
- ▶ De même pour les faces portant un chiffre impair, on a :  
 $p(\{1\}) = p(\{3\}) = p(\{5\}) = q$
- ▶ On nous dit enfin que la probabilité d'apparition d'un chiffre impair est le double de la probabilité d'apparition d'un chiffre pair, donc :  
 $q = 2p$

1. Calculons la probabilité de voir apparaître chaque face. On sait que la somme des probabilités est égale à 1, donc :  $p(\{1\}) + p(\{2\}) + p(\{3\}) + p(\{4\}) + p(\{5\}) + p(\{6\}) = 1$

soit :  $3p + 3q = 1$ . Or,  $q = 2p$ , donc :  $3p + 6p = 1$  donc  $p = 1/9$

*Conclusion* :  $p(\{2\}) = p(\{4\}) = p(\{6\}) = 1/9$  et  $p(\{1\}) = p(\{3\}) = p(\{5\}) = 2 \times 1/9 = 2/9$ .

2. ▶ Probabilité de voir apparaître un chiffre pair :  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = 3 \times 1/9 = 1/3$

▶ Probabilité de voir apparaître un chiffre impair :  $p(\{1\}) + p(\{3\}) + p(\{5\}) = 3 \times 2/9 = 2/3$

## EXERCICE IV

On note :

N l'événement : " l'individu est de rhésus négatif "

O l'événement : " l'individu est du groupe sanguin O "

A l'événement : " l'individu est du groupe sanguin A "

B l'événement : " l'individu est du groupe sanguin B "

C l'événement : " l'individu est du groupe sanguin AB "

1. Cette probabilité est donnée par le premier tableau :  $p(O) = 45\% = 45/100 = 9/20 = 0,45$

2. Calculons la probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population P soit "donneur universel", c'est-à-dire qu'il sera de groupe sanguin O et de rhésus négatif.

On vient de voir qu'un individu pris au hasard avait 45% de chance d'être d groupe sanguin O.

De plus le second tableau nous indique qu'un individu de groupe sanguin O a 20% de chance d'être de rhésus négatif. On a donc :  $p(O \cap N) = 45\% \times 20\% = 9/20 \times 1/5 = 9/100 = 0,09$

*Conclusion* : Un individu pris au hasard dans la population P a 9% de chance d'être un "donneur universel".

3. Calculons la probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population P ait un sang de rhésus négatif. Un individu pris au hasard dans la population P a 40% de chance d'être de groupe sanguin A, et si c'est le cas, il a alors 82% de chances d'être de rhésus négatif.

En raisonnant de même avec les groupes sanguins B, AB et O, on obtient :

$$p(N) = p(A \cap N) + p(B \cap N) + p(C \cap N) + p(O \cap N)$$

$$p(N) = 40\% \times 18\% + 10\% \times 19\% + 5\% \times 17\% + 9\%$$

$$p(N) = 18/250 + 19/1000 + 17/2000 + 9/100$$

$$p(N) = 379/2000$$

$p(N) = 0,1895$  *Conclusion* : Un individu pris au hasard dans la population P a une probabilité de 379/2000 d'être de rhésus négatif.

## EXERCICE V

1. On nous dit qu'il y a 3 boules "blanches et grosses". Or, sachant par hypothèse qu'il y a en tout 6 boules blanches, on déduit facilement que les 3 boules blanches restantes sont petites. Sachant également par hypothèse qu'il y a 5 boules grosses, on en déduit que les 2 boules grosses restantes sont noires, et, de même, sachant qu'il n'y a que 4 boules petites, on en déduit que la dernière d'entre elles est également noire.

Le tableau à double entrée à remplir était le suivant (en rouge, l'hypothèse donnée dans la question : " il y a trois boules à la fois blanches et grosses ") :

	grosses	petites
blanches	3	3
noires	2	1

*Conclusion* : Il y a 1 boule "petite et noire", 2 boules "grosses et noires" et 3 boules "petites et blanches" (ainsi, évidemment, que 3 boules "grosses et blanches").

2. On note ainsi les événements suivants :

B : "on obtient une boule blanche"

N : "on obtient une boule noire"

P : "on obtient une boule petite"

G : "on obtient une boule grosse"

Ici, on tire une boule au hasard, chacune de ces boules ayant la même probabilité d'être tirée.

On se retrouve donc en situation d'équiprobabilité. On nous demande de calculer :

► la probabilité que la boule tirée soit petite et blanche : il y a 9 boules parmi lesquelles 3 sont " petites et blanches ", on a donc :  $p(B \cap P) = 3/9 = 1/3$

► La probabilité que la boule tirée soit blanche : il y a 9 boules parmi lesquelles 6 sont " blanches ", on a donc :  $p(B) = 6/9 = 2/3$

► la probabilité que la boule tirée soit petite : il y a 9 boules parmi lesquelles 4 sont " petites ", on a donc :  $p(P) = 4/9$

► la probabilité que la boule tirée soit blanche ou petite : ici, il va falloir utiliser la formule suivante :  $p(B \cup P) = p(B) + p(P) - p(B \cap P)$  ;  $p(B \cup P) = 2/3 + 4/9 - 1/3$  ;  $p(B \cup P) = 7/9$

*remarque* : Les seules données du tableau permettaient de répondre à ces questions beaucoup plus rapidement.

## EXERCICE VI

Considérons les événements suivants :

J : "le bulbe à fleur jaune donne bien une fleur"

$\bar{J}$  : "le bulbe à fleur jaune ne donne pas de fleur"

R : "le bulbe à fleur rouge donne bien une fleur"

$\bar{R}$  : "le bulbe à fleur rouge ne donne pas de fleur"

On a par hypothèse :  $p(J) = 8/10 = 4/5$  et  $p(R) = 9/10$ . On en déduit que :

$p(\bar{J}) = 1/5$  et  $p(\bar{R}) = 1/10$

Considérons ensuite les événements suivants :

A : "le bulbe choisi provient du premier grossiste"

B : "le bulbe choisi provient du second grossiste"

On a par hypothèse :  $p(A) = 70\% = 7/10$  et  $p(B) = 30\% = 3/10$

L'horticulteur plante un bulbe au hasard : nous sommes en situation d'équiprobabilité.

1. Calculons la probabilité d'obtenir une fleur rouge. Pour cela, il faut tout d'abord que l'horticulteur ait choisi un bulbe du premier grossiste et ensuite, il faut que ce bulbe rouge donne une fleur :

$p(A \cap R) = p(A) \times p(R) = 7/10 \times 9/10 = 63/100 = 0,63$

2. Calculons la probabilité d'obtenir une fleur jaune. Pour cela, il faut tout d'abord que l'horticulteur ait choisi un bulbe du second grossiste et ensuite, il faut que ce bulbe jaune donne une fleur :  $p(B \cap J) = p(B) \times p(J) = 3/10 \times 4/5 = 12/50 = 6/25 = 0,24$

3. Calculons la probabilité de l'événement T : "ne pas obtenir de fleur".

Pour que T soit réalisé, il faut que le bulbe choisi soit du premier grossiste et que ce bulbe rouge ne donne pas fleur, ou que ce bulbe soit issu du second grossiste et que ce bulbe jaune ne donne pas fleur. Ceci nous donne :  $p(T) = p(A \cap \bar{R}) + p(B \cap \bar{J})$  ;  $p(T) = p(A) \times p(\bar{R}) + p(B) \times p(\bar{J})$   
 $p(T) = 7/10 \times 1/10 + 3/10 \times 1/5$  ;  $p(T) = 7/100 + 3/50$  ;  $p(T) = 13/100$  ;  $p(T) = 0,13$

*Remarque* : On aurait pu aussi calculer  $p(T)$  en utilisant l'événement contraire, ce qui aurait été beaucoup plus simple puisque l'on aurait utilisé des probabilités déjà connues dans le calcul. L'événement contraire de T : "pas de fleur" est  $(A \cap R) \cup (B \cap J)$  : "on obtient une fleur rouge ou une fleur jaune".

On en déduit :  $p(T) = 1 - p((A \cap R) \cup (B \cap J))$

Les événements  $(A \cap R)$  et  $(B \cap J)$  étant incompatibles (on ne peut pas obtenir une fleur qui soit à la fois rouge et jaune), on a :  $p((A \cap R) \cup (B \cap J)) = p(A \cap R) + p(B \cap J)$

Donc :  $p(T) = 1 - p((A \cap R) \cup (B \cap J))$  ;  $p(T) = 1 - [p(A \cap R) + p(B \cap J)]$  ;

$p(T) = 1 - (63/100 + 6/25)$

$p(T) = 1 - (87/100)$

$p(T) = 13/100$

$p(T) = 0,13$

## EXERCICE VII

Considérons les événements suivants :

A : "l'appareil présente le défaut A"

B : "l'appareil présente le défaut B"

Par hypothèses, on a :  $p(A) = 100/1000 = 1/10$ ,  $p(B) = 80/1000 = 2/25$  et  $p(A \cap B) = 40/1000 = 1/25$

1. Calculons la probabilité que l'appareil ne présente aucun défaut. Pour cela, nous allons passer par l'événement contraire, c'est-à-dire "l'appareil présente le défaut A ou le défaut B" :  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$  ;  $p(A \cup B) = 1/10 + 2/25 - 1/25$  ;  $p(A \cup B) = 7/50$

Les événements "l'appareil ne présente aucun défaut" et "l'appareil présente le défaut A ou le défaut B" sont contraires, donc on a :  $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - p(A \cup B)$  ;  $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 7/50$  ;  
 $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 43/50$

2. Calculons la probabilité pour que l'appareil présente le défaut A seulement.

Pour cela, il suffit que l'appareil fasse partie de ceux qui présentent le défaut A mais qui ne présentent pas simultanément les deux défauts. On a donc :  $p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B)$  ;  
 $p(A \cap \bar{B}) = 1/10 - 1/25$  ;  $p(A \cap \bar{B}) = 3/50$

3. Calculons la probabilité pour que l'appareil présente le défaut B seulement.

Pour cela, il suffit que l'appareil fasse partie de ceux qui présentent le défaut B mais qui ne présentent pas simultanément les deux défauts. On a donc :  $p(B \cap \bar{A}) = p(B) - p(A \cap B)$   
 $p(B \cap \bar{A}) = 2/25 - 1/25$  ;  $p(B \cap \bar{A}) = 1/25$