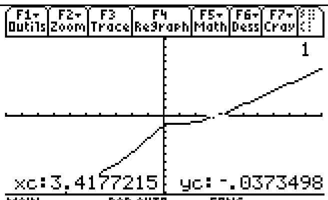
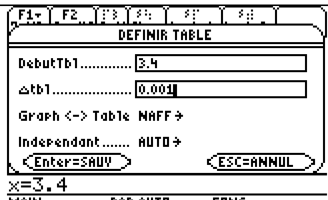
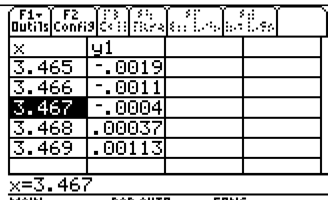
CORRECTION DEVOIR N°2 – TS2 - novembre 09

Commentaires : des choses déjà dites que je répète…

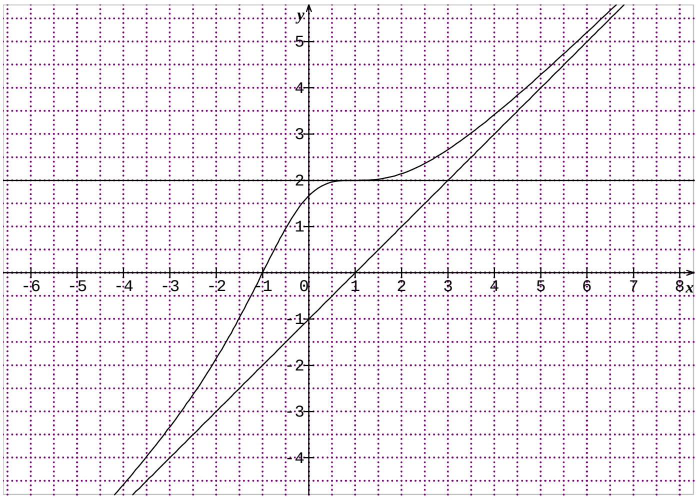
- *privilégiez l'objectif (ce que vous cherchez à trouver) puis la méthode choisie pour y arriver et enfin les calculs…*
- *Citez vos référence (théorème, définition…) pour les théorèmes veillez à contrôler la véracité de toutes les contraintes avant de conclure.*
- *Les symboles* $\Leftrightarrow$; $\Rightarrow$ *ne sont pas des abréviations mais des connecteurs logiques avec leurs exigences.*
- *Le limites ne suffisent pas à indiquer le sens de variation (hélas !) ainsi une fonction qui a comme limites -∞ en a puis +∞ en b avec a < b n'est pas monotone croissante certes elle passera par des phases croissantes…*
- *Vocabulaire à éviter : « On voit… on peut dire... » si une démonstration ne vient pas derrière !*
  « je calcule (vague !)... » ; $-\infty \leq x \leq +\infty$ *car l'infini n'est pas un réel donc il n'y a pas d'ordre.*
  « donc » n'est pas un mot magique il représente une déduction(implication) $A \Rightarrow B$ *que l'on peut exprimer par « A vérifiée donc B aussi… »c'est un raisonnement déductif.*

Exercice E page 34 :

1. Classique… rappel de la règle utilisée !
2. Encore ! on peut faire l'addition après réduction au même dénominateur et remarquez que l'on obtient *f(x)* l'important est de dire **<u>comment on fait</u>** !
3. La droite est asymptote mais répondons aux questions posées…
   a. Étudiez le signe de : $f(x)-(x-1)=\dfrac{8}{x^2+3}>0$ donc la courbe représentative de *f* est <u>toujours</u> au dessus de *d*.
   b. Le but de cette question est d'amener à utiliser la définition d'une limite quand la variable tend vers l'infini. Gérons des inégalités (classique) <u>le but est de déterminer *n*</u> en l'isolant dans l'inégalité tel que
   $$f(x)-(x-1)=\frac{8}{x^2+3}<10^{-3} \Leftrightarrow \frac{x^2+3}{8}>10^3 \Leftrightarrow x^2>8000-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x<-\sqrt{7997} \\ x>\sqrt{7997} \end{cases} \Rightarrow x>\sqrt{7997} \simeq 89,43$$
   Attention aux propriétés de la fonction « carré » avant de prendre la racine carrée…
   On prendra donc *n* = 90 et si *x* > *n* alors on a ce qui est demandé…**<u>et non 89</u>** car *x* >89 par exemple *x* = 89,01 donne un résultat supérieur à 0,001 (0,001009...).
   c. On vient de prouver que <u>pour tout réel positif A</u> on peut rendre $f(x)-(x-1)$ inférieur à A à partir de *x* > *n* que l'on détermine, or le plus petit réel positif est zéro
   d. Donc $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$ ce qui démontre l'asymptote oblique…
4. Unique solution ! Théorème de la bijection (continuité comme quotients de fonctions continues ; monotonie cf. le tableau ; intervalle des images $\mathbb{R}$ d'après les limites contenant donc 0) on vérifie que -1 est solution et c'est donc la seule. On peut aussi factoriser sachant que x = 1 est une solution par identification (en l'expliquant…) on montre alors que l'autre partie de la factorisation est polynôme du second degré n'ayant pas de racines ($x^2 - 2x + 5$).
5. $f(x)=3 \Leftrightarrow f(x)-3=0$ Réutiliser la bijection *f* de R dans R avec $g(x)=f(x)-3$ cherchez *g(x)* = 0, cette méthode n'étant pas la seule ni obligatoire.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>g(x) = f(x) -3 cherchons g(x) = 0</td>
<td>Approche par observation et configuration du tableau des valeurs</td>
<td>3,467 < α < 3,468</td>
</tr>
</table>

6. Comme dans la question 1, vérification après réduction au même dénominateur de $f(x)-2$ puis cherchez les solutions de $\frac{(x-1)^3}{x^2+3}=0 \Leftrightarrow (x-1)^3=0$ puis le signe de $\frac{(x-1)^3}{x^2+3}$ qui dépend seulement du signe de *(x - 1)*^{3} donc de *(x - 1)* pour déterminer la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à *d'*. Confirmé par le graphique ci-dessous. On pourra confirmer la présence d'une tangente horizontale en *x* =1 avec *f'*(1) = 0

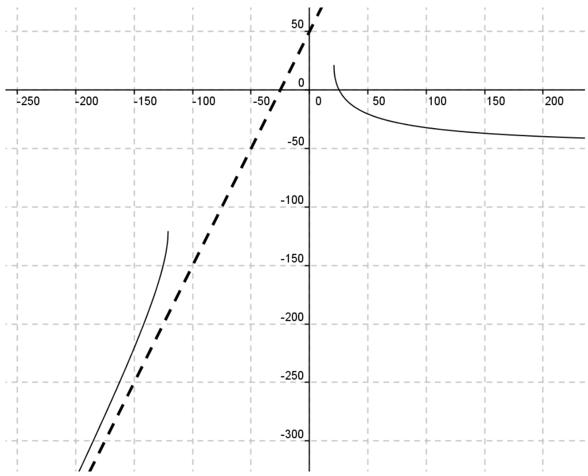


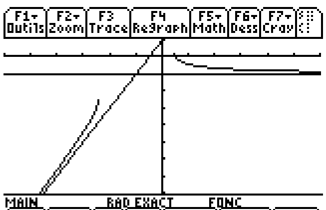
Exercice F page 34 :

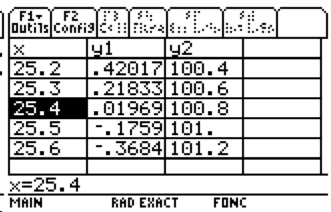
1. Difficile… on ne voit rien ?
2. Discriminant pour l'existence de la racine carrée $]-\infty;-121]\cup[21;+\infty[$ on prend donc une autre fenêtre…
3. a) FI ???? NON : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

   b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+50)\right]=0$ là il y a une FI … expression conjuguée classique mais si mettez x^2 en facteur dans la racine pour le sortir (<u>bien que ce soit inutile !</u>) se souvenir que $\sqrt{x^2}=|x|$ et comme *x* tend vers l'infini négatif on a $\sqrt{x^2}=|x|=-x$ ensuite … <u>mais il faut être clair !</u>
4. a) FI… comme à la question précédente : Factoriser *x* mais encore une FI, expression conjuguée…

   b) Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-50$ cela prouve que la droite d'équation *y =-50* est <u>asymptote en +∞</u> il faut le préciser car en -∞ il y en a une autre !
5. Cf. les figures ci-contre

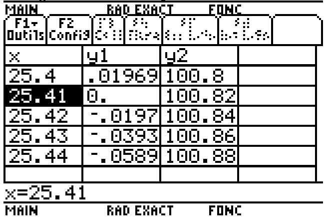






x	y1	y2
25.2	.42017	100.4
25.3	.21833	100.6
25.4	.01969	100.8
25.5	-.1759	101.
25.6	-.3684	101.2

x=25.4
MAIN RAD EXACT FONC



x	y1	y2
25.4	.01969	100.8
25.41	0.	100.82
25.42	-.0197	100.84
25.43	-.0393	100.86
25.44	-.0589	100.88

x=25.41
MAIN RAD EXACT FONC